

Année scolaire 2023-2024

– Consignes estivales pour préparer la rentrée –

ECG1– 1ère ANNÉE

Mathématiques - Algèbre et probabilités discrètes

M. Perfettini

perfettini-derenne@lamerici.com

Bonjour à tous,

Pour préparer au mieux la partie Algèbre et Probabilités discrètes de première année de classe préparatoire ECG, il convient avant tout d'être extrêmement au point sur les règles élémentaires de calcul vues au collège comme le calcul fractionnaire, les règles de calcul sur les puissances, sur les relatifs,... Par ailleurs, les chapitres de probabilités de spécialité mathématiques de classe de première (probabilités conditionnelles et variables aléatoires) doivent impérativement être maîtrisés.

Pour les élèves ayant suivi la spécialité mathématiques en terminale, la maîtrise du chapitre "combinatoire et dénombrement" constituera un avantage certain. Il faudra en outre être parfaitement à l'aise avec le chapitre de probabilités sur la loi binomiale.

Pour les élèves ayant suivi en terminale l'option mathématiques complémentaires uniquement, tout le contenu du chapitre "lois discrètes" constitue un plus indéniable qu'il faudra bien connaître.

Voici quelques exercices types Bac pour vous entraîner sur ces différents aspects :

Exercice 1 :

Dans cet exercice, les résultats seront arrondis au millième si nécessaire.

Une compagnie aérienne a mis en place pour une de ses lignes un système de sur-réservation afin d'abaisser les coûts. Les réservations ne peuvent se faire qu'auprès d'une agence ou sur le site internet de la compagnie.

Partie A

Une étude réalisée par la compagnie a établi que, sur cette ligne, pour une réservation en agence, 5 % des clients ne se présentent pas à l'embarquement alors que, pour une réservation par internet, 2 % des clients ne se présentent pas à l'embarquement.

Les réservations en agence représentent 30 % de l'ensemble des réservations.

Pour un embarquement donné et une réservation prise au hasard, on considère les événements suivants :

- A : "la réservation a été faite en agence" ;
- I : "la réservation a été faite par internet" ;
- E : "le passager se présente à l'embarquement".

1. Construire un arbre pondéré traduisant cette situation.
2. Démontrer que la probabilité qu'un client ne se présente pas à l'embarquement est 0,029.
3. Calculer la probabilité que la réservation ait été faite en agence sachant que le client ne s'est pas présenté à l'embarquement.

Partie B

Sur cette ligne, la compagnie affrète un appareil de 200 places et a vendu 202 réservations.

On suppose que le nombre de clients se présentant à l'embarquement peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit une loi binomiale de paramètres $n = 202$ et $p = 0,971$.

1. Calculer la probabilité que tous les clients se présentent à l'embarquement.
2. Calculer la probabilité qu'un seul client parmi les 202 qui ont réservé ne se présente pas à l'embarquement.
3. En déduire la probabilité que la compagnie se trouve en situation de sur-réservation (c'est-à-dire avec plus de clients qui se présentent à l'embarquement que de places).

Exercice 2 :

Le Tournoi des 6 Nations est un tournoi de rugby. Chaque équipe affronte les cinq autres une seule fois.

1. Lors d'un match, le stade contenait 80000 spectateurs, dont 52000 Français. Il y avait 11180 Anglais et 38700 hommes français.
Combien d'hommes étaient présents au stade ?
2. Combien de matchs sont disputés lors de ce tournoi ?
3. (a) Combien y a-t-il de classements différents ?
(b) Combien y a-t-il de classements différents avec la France à la 4-ème place, sachant qu'il n'y a pas d'ex-aequo ?
4. On demande au sélectionneur de l'équipe de France d'assister à une réunion avec les arbitres et cinq de ses joueurs. Il décide d'amener 5 joueurs parmi les 15 qui ont débuté le premier match.
(a) Combien de groupes de 5 joueurs peut alors composer le sélectionneur ?
(b) Il décide d'amener le capitaine de l'équipe.
Combien de groupes de 5 joueurs peut-il alors composer ?
5. On a représenté ci-dessous la 15-ème ligne du triangle de Pascal issue d'une feuille de calcul d'un tableur :

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P |
|----|---|----|----|-----|------|------|------|------|------|------|------|-----|----|----|---|---|
| 15 | 1 | 14 | 91 | 364 | 1001 | 2002 | 3003 | 3432 | 3003 | 2002 | 1001 | 364 | 91 | 14 | 1 | |

- (a) On saisit 1 dans la cellule **A16**. Quelle formule, destinée à être recopiée vers la droite, peut-on saisir dans la cellule **B16** afin d'obtenir la plage de cellules **B16 :P16** ?
- (b) Quelle cellule donne le résultat de la question 4.a ?